



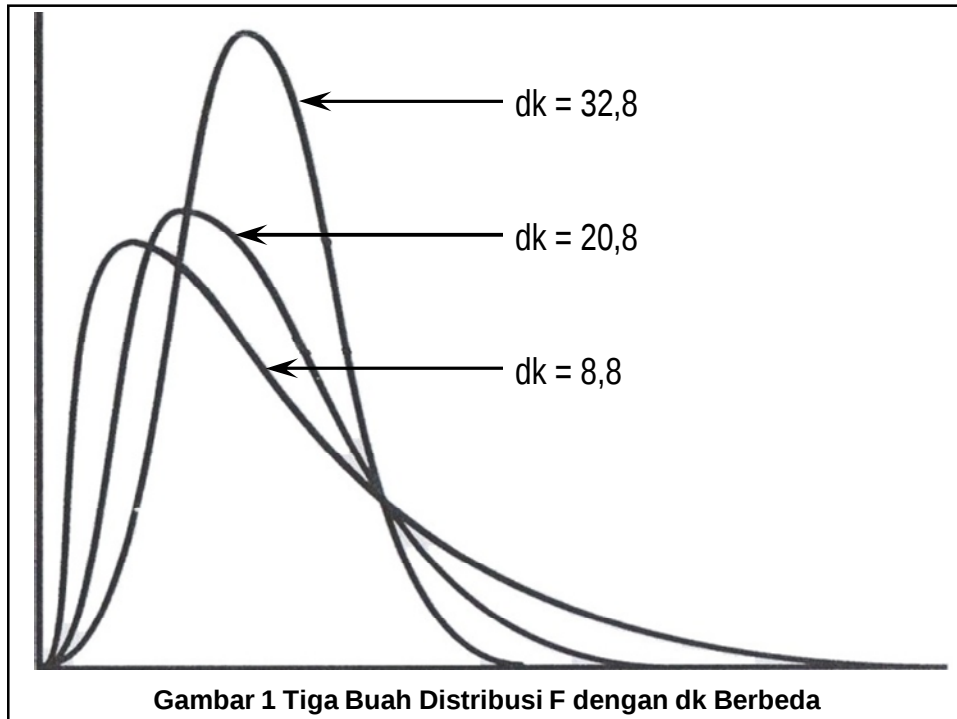
UJI ANOVA

Imam Gunawan

DISTRIBUSI F

Distribusi F memiliki ciri-ciri, yaitu:

1. Nilai F adalah nonnegatif.
2. Distribusi F merupakan distribusi kontinu. Nilainya mulai dari 0 dan tidak memiliki batas atas. Distribusi ini menjangkau ke kanan (positif).
3. Terdapat suatu “keluarga” distribusi F . Setiap anggota keluarga distribusi F ditentukan oleh dua buah parameter atau derajat kebebasan (dk). Tiga buah distribusi F dengan derajat kebebasan yang berbeda disajikan pada Gambar 1. Pertama distribusi F dengan dk pembilang 32 dan dk penyebut 30; kedua distribusi F dengan dk pembilang 20 dan dk penyebut 8; ketiga distribusi F dengan dk pembilang 8 dan dk penyebut 8.



Uji F (*Fisher Test*) berasal dari pengertian konsep *mean square* (kuadrat rata-rata / KR), yang rumus sistematisnya adalah:

$$KR = \frac{JK}{dk}$$

Keterangan:

KR = kuadrat rata-rata (*mean square*)

JK = jumlah kuadrat (*sum of square*)

dk = derajat kebebasan (*degree of freedom*)

Ada tiga asumsi yang harus dipenuhi sebelum anava bisa digunakan, yakni:

- 1. Populasi-populasi yang diteliti berdistribusi normal.**
- 2. Populasi-populasi tersebut memiliki deviasi standar yang sama (atau varians yang sama).**
- 3. Sampel yang diambil dari populasi tersebut bersifat independen dan diambil secara acak.**

MEMBANDINGKAN VARIANS DUA POPULASI

Contoh Soal 1

Suatu penelitian ingin mengetahui jumlah absen (ketidakhadiran) selama setahun di antara pegawai yang menjadi anggota serikat pekerja dan bukan anggota serikat pekerja. Yang menjadi perhatian adalah apakah kedua populasi memiliki varians yang sama. Sebuah sampel 16 pegawai anggota serikat pekerja memiliki deviasi standar 3 hari. Sebuah sampel 10 pegawai bukan serikat pekerja memiliki deviasi standar 2,5 hari. Pada taraf signifikansi 0,02 dapatkan peneliti menyimpulkan bahwa terdapat perbedaan varians antara kedua kelompok tersebut?

Langkah Penyelesaian:

Langkah 1 : Nyatakan H_0 dan H_a . Uji ini merupakan uji dua-ekor karena peneliti ingin mengetahui perbedaan varians. Peneliti tidak ingin mengetahui apakah suatu populasi memiliki varians lebih besar atau lebih kecil dari populasi yang lain.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Langkah 2 : Telah ditentukan taraf signifikansi 0,02.

Langkah 3 : Statistik uji yang sesuai adalah Uji F .

Langkah 4 : Aturan pengambilan keputusan dapat diketahui pada tabel F . Karena peneliti menggunakan uji dua-ekor, taraf signifikansinya adalah 0,01 (diperoleh dari 0,02 dibagi 2). Derajat kebebasan (dk) pembilang adalah $16 - 1 = 15$ dan derajat kebebasan (dk) penyebut $10 - 1 = 9$. Nilai kritiknya (F tabel) adalah 4,96. Apabila perbandingan (rasio) varians sampel lebih dari 4,96 maka peneliti menolak H_0 .

Langkah 5 : Nilai F hitung adalah $(3)^2/(2,5)^2 = 1,44$. Jadi H_0 yang menyatakan bahwa varians populasi sama, tidak dapat ditolak. Atau data tidak memberikan indikasi adanya perbedaan varians jumlah ketidakhadiran pegawai anggota serikat pekerja dan bukan anggota serikat pekerja.

Contoh Soal 2

Diketahui data hasil ujian statistik pada dua kelompok mahasiswa (laki-laki dan perempuan) dianalisis untuk mengetahui apakah varians nilai mahasiswa perempuan lebih tinggi dibandingkan mahasiswa laki-laki.

Mahasiswa Laki-Laki		Mahasiswa Perempuan	
X_1	X_1^2	X_2	X_2^2
4	16	3	9
5	25	4	16
5	25	5	25
6	36	5	25
6	36	6	36
6	36	6	36
6	36	7	49
7	49	7	49
7	49	8	64
8	64	8	64
8	64	9	81
8	64	9	81
		9	81
76	500	86	616

$$\text{Var}_{lk} = DS_{lk}^2 = s_{lk}^2 = \frac{\sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n}}{n-1} = \frac{500 - \frac{76^2}{12}}{12-1} = 1,7$$

$$\text{Var}_{pr} = DS_{pr}^2 = s_{pr}^2 = \frac{\sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n}}{n-1} = \frac{616 - \frac{86^2}{13}}{13-1} = 3,92$$

Sesuai dengan tujuan analisis untuk mengetahui apakah benar nilai ujian statistik mahasiswa perempuan lebih bervariasi dibandingkan nilai ujian mahasiswa laki-laki, bentuk hipotesisnya adalah:

$$H_0: \sigma_{pr}^2 \leq \sigma_{lk}^2$$

$$H_a: \sigma_{pr}^2 > \sigma_{lk}^2$$

Karena masalah di atas merupakan uji satu-ekor, statistik uji yang bersesuaian adalah:

$$F = s_{pr}^2 / s_{lk}^2 = 3,92 / 1,7 = 2,31$$

Selanjutnya peneliti melakukan uji signifikansi dengan memeriksa tabel nilai F dengan menggunakan dk pembilang = 12 dan dk penyebut = 11, diperoleh harga F teoritik sebesar 2,79 pada taraf signifikansi 5%.

Oleh karena harga F empirik (hitung) kurang dari F teoritik (tabel), maka H_0 tak ditolak, atau dapat disimpulkan bahwa nilai ujian mahasiswa perempuan tidak bervariasi daripada nilai ujian mahasiswa laki-laki.

PENGUJIAN HIPOTESIS PERBEDAAN DUA MEAN ATAU LEBIH

Contoh Soal

Seorang peneliti tertarik membandingkan tiga metode pembelajaran matematika, yaitu mekanistik (M), strukturalistik (S), dan realistik (R). Lima belas siswa dari tiga kelas diambil secara acak, setiap kelas diambil lima orang, yakni kelas A, B, dan C. Pada akhir masa perlakuan, para siswa tersebut diukur kemampuan matematikanya.

Siswa	Metode		
	Mekanistik	Strukturalistik	Realistik
1	12	24	25
2	15	19	22
3	13	16	27
4	17	22	24
5	15	20	26

Langkah Penyelesaian:

Langkah 1 : Nyatakan H_0 dan H_a . H_0 menyatakan bahwa tidak ada perbedaan yang nyata antara mean skor matematika dari ketiga kelompok siswa yang diajar dengan tiga metode berbeda, yaitu $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$. H_a menyatakan bahwa paling tidak satu mean berbeda. Keputusan peneliti adalah jika H_0 ditolak maka H_a tak ditolak.

Langkah 2 : Tentukan taraf signifikansi ($\alpha = 0,05$).

Langkah 3 : Memilih statistik uji. Statistik uji yang sesuai adalah distribusi F , yaitu merupakan hasil bagi dua varians.

Langkah 4 : Aturan pengambilan keputusan, dalam hal ini peneliti akan membandingkan harga F hitung dengan F tabel (nilai kritis).

Untuk masalah perbedaan keefektifan metode pembelajaran matematika ini, ada tiga perlakuan (metode), sehingga dk pembilang adalah $k - 1 = 3 - 1 = 2$. Ada lima belas pengamatan (masing-masing lima dari ketiga sampel). Oleh karena itu, dk penyebut adalah $N - k = 15 - 3 = 12$.

Berdasarkan tabel distribusi F (lihat lampiran), untuk taraf signifikansi 0,05 diperoleh nilai F hitung sebesar 3,89 yang merupakan nilai kritis. Dengan demikian aturan pengambilan keputusan adalah tolak H_0 jika F hitung lebih dari 3,89.

Langkah 5 : Menghitung F dan ambil keputusan. Untuk membantu perhitungan F disusun tabel anava. Tabel ini adalah bentuk yang mudah untuk menyimpan hasil perhitungan. Format umum untuk analisis varians satu jalur ditunjukkan pada tabel berikut.

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan (dk)	Kuadrat Tengah
Antarperlakuan	JKA	$k - 1$	$\frac{JKA}{k - 1} = KMA$
Kesalahan (dalam perlakuan)	JKK	$N - k$	$\frac{JKK}{N - k} = KMK$
Total	JKT		
$F = \frac{JKA / k - 1}{JKK / N - k} = \frac{KMA}{KMK}$			

Tabel di atas menggunakan beberapa singkatan untuk memudahkan mengingat.

JKA = Jumlah Kuadrat Antarperlakuan;

JKK = Jumlah Kuadrat Kesalahan;

JKT = Jumlah Kuadrat Total;

KMA = Kuadrat Mean Antarperlakuan;

KMK = Kuadrat Mean Kesalahan.

Perhatikan bahwa kuadrat tengah adalah jumlah kuadrat dk. Hasil pembagian ini adalah sama dengan rumus hitung varians. Jadi suatu kuadrat tengah adalah ukuran keragaman. JKT dihitung dengan rumus:

$$JKT = \sum \left[\frac{T_k^2}{n_k} \right] - \frac{(\sum X)^2}{N}$$

Keterangan:

T_k^2 = kuadrat dari total kolom (subskrip k menyatakan kolom)

n_k = banyaknya pengamatan dalam masing-masing perlakuan (kolom). Ada lima skor matematika untuk metode mekanistik (M), lima skor untuk strukturalistik (S), dan lima skor untuk realistik (R)

$\sum X$ = jumlah seluruh pengamatan (skor matematika)

k = banyaknya perlakuan (metode), yaitu ada tiga

N = total banyaknya sampel perlakuan, yaitu ada 15

Menghitung Anava Skor Matematika

Siswa	Mekanistik		Strukturalistik		Realistik		Total
	X_1	X_1^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2	
1	12	144	24	576	25	625	
2	15	225	19	361	22	484	
3	13	169	16	256	27	729	
4	17	289	22	484	24	576	
5	15	225	20	400	26	676	
Total kolom (Tk)	72		101		124		297
Ukuran sampel (n_k)	5		5		5		15
Jumlah kuadrat (X^2)		1052		2077		3090	6219

$$\begin{aligned}
 JKA &= \sum \left[\frac{T_k^2}{n_k} \right] - \frac{(\sum X)^2}{N} \\
 &= \left[\frac{72^2}{5} + \frac{101^2}{5} + \frac{124^2}{5} \right] - \frac{297^2}{15} \\
 &= 271,6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JKK &= \sum (X^2) - \sum \left[\frac{T_k^2}{n_k} \right] \\
 &= 6219 - \left[\frac{72^2}{5} + \frac{101^2}{5} + \frac{124^2}{5} \right] \\
 &= 66,8
 \end{aligned}$$

Keragaman total (JKT) adalah jumlah dari keragaman antarkolom dan antarbaris, yaitu $JKT = JKA + JKK = 271,6 + 66,8 = 338,4$. Nilai ini dihitung dari:

$$\begin{aligned} JKT &= \sum(X^2) - \frac{(\sum X)^2}{N} \\ &= 6219 - \frac{297^2}{15} \\ &= 338,4 \end{aligned}$$

Ketiga nilai jumlah kuadrat dan perhitungan F sekarang dapat digunakan untuk perhitungan anava, yang ditampilkan pada Tabel berikut.

Sumber Keragaman (SK)	Jumlah Kuadrat (JK)	Derajat Kebebasan (dk)	Kuadrat Tengah (KT)
Antarperlakuan	$JKA = 271,6$	$k - 1 = 3 - 1 = 2$	$\frac{JKA}{k - 1} = \frac{271,6}{2} = 135,8 = KMA$
Kesalahan (dalam perlakuan)	$JKK = 66,8$	$N - k = 15 - 3 = 12$	$\frac{JKK}{N - k} = \frac{66,8}{12} = 5,57 = KMK$
Total	JKT	$338,4$	

Karena rasio kedua nilai varians (kuadrat tengah) mengikuti bentuk distribusi F , maka selanjutnya dapat menghitung nilai F :

$$\begin{aligned} F &= \frac{JKA / k - 1}{JKK / N - k} \\ &= \frac{KMA}{KMK} \\ &= \frac{135,8}{5,57} \\ &= 24,38 \end{aligned}$$

Aturan pengambilan keputusan menyebutkan bahwa jika harga F hitung kurang dari nilai kritis 3,89 maka H_0 tak ditolak. Jika harga F hitung lebih dari 3,89 maka H_0 ditolak dan H_a tak ditolak. Karena $24,38 > 3,89$ maka H_0 ditolak pada taraf signifikansi 0,05. Dengan kata lain ketiga metode memiliki keefektifan yang berbeda.

SOAL XI

Seorang peneliti akan menguji pengaruh minum air putih terhadap taraf kesembuhan pada pasien kencing batu. Taraf kesembuhan diamati secara periodik selama 3 bulan. Diperoleh data sbb.

Pasien	Bulan ke	Bulan ke 2	Bulan ke 3
A	7	9	10
B	4	5	6
C	6	7	8
D	7	8	9
E	5	6	7
F	6	6	8
G	6	7	8
H	4	5	7
I	7	8	9
J	4	5	6

- Hitung koefisien F
- Buat hipotesis statistik (H_0)
- Uji hipotesis
- Buat kesimpulannya

IG

***Jangan bersedih.....!!
Kita akan bertemu lagi minggu depan***

